

分析磁铁光学特性的某些问题

赖伟全 徐森林

(中国科学院上海原子核研究所)

一、引言

用成像光学方法来研究分析磁铁的光学特性,已由一些人作了描述^[1~2]。我们认为关于对称双聚焦状态的光学特性和能量分辨率与接收度的关系等问题,还有必要进行深入的考察。本文首先用成像光学方法对上述问题作数学解析式的描述,然后用一阶束流传输理论^[3~4]作束流光学特性的数值计算,给出可参考的特征曲线。

二、双聚焦和它的像散

图1表示 90° 分析磁铁从物缝A到像缝B之间的束流传输以及所选取的坐标系。如果我们只研究直流束的传输并取一阶近似处理,在弯曲平面(下称 x 平面)的束流传输可用 3×3 矩阵 H 来描写,在非弯曲平面(下称 y 平面)则可用 2×2 矩阵 V 来描写。不难得到矩阵 H 和 V 为:

$$H = \begin{bmatrix} r_1 + b_H(r_1 r_2 - 1) & ar_1 + b_H r_2 + ab_H(r_1 r_2 - 1) + 1 & 1 + b_H(r_2 + 1) \\ -(1 - r_1 r_2) & a(r_1 r_2 - 1) + r_2 & 1 + r_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$V = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\pi}{2} r_1' - b_V \left[r_2' \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1' \right) + r_1' \right] & a \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1' \right) + b_V \left(1 - \frac{\pi}{2} r_2' \right) \\ & -ab_V \left[r_2' \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1' \right) + r_1' \right] + \frac{\pi}{2} \\ - \left[r_2' \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1' \right) + r_1' \right] & 1 - a \left[r_2' \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1' \right) + r_1' \right] - \frac{\pi}{2} r_2' \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, $r_1 = \tan \beta_1$, $r_2 = \tan \beta_2$, $r_1' = \tan(\beta_1 - \psi)$, $r_2' = \tan(\beta_2 - \psi)$, ψ 为边缘场聚焦修正角, b_H 和 b_V 分别为 x 平面和 y 平面的像距。为了对解析式讨论,我们先忽略边缘场修正,由(1)和(2)式可得出在像缝B处双成像必须满足的方程组:

$$\begin{cases} ar_1 + br_2 + ab(r_1 r_2 - 1) + 1 = 0 \\ a \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1 \right) + b \left(1 - \frac{\pi}{2} r_2 \right) - ab \\ \left[r_2 \left(1 - \frac{\pi}{2} r_1 \right) + r_1 \right] + \frac{\pi}{2} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

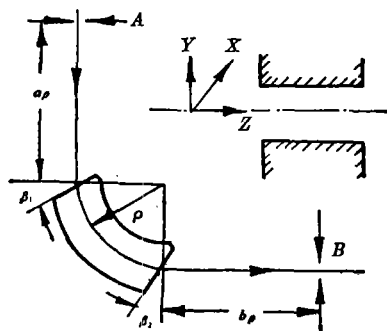


图1 90° 分析磁铁束流传输系统

或

$$\begin{cases} r_1 = [(4 + b\pi)a \pm \sqrt{Q}]/4a(b + \pi) \\ r_2 = \frac{a}{ar_1 + 1} - \frac{1}{b} \end{cases} \quad (4)$$

式中, $Q = a^2b^2(\pi^2 - 4^2) + 8(a + b + \pi)[2(a + b + \pi) - ab\pi]$ 。当 $Q < 0$ 则无解, 当 $Q = 0$ 则有一组解, 当 $Q > 0$ 则有两组解。

对于满足(4)式的给定分析磁铁, 如果它的物距 a 发生了变化(在实际运行中是可能的), 那么两个平面的像距会发生变化, 引起像散现象。下面让我们考察两个方向的像距随 a 有什么样的变化。由 $H_{12} = 0$, $V_{12} = 0$ 可找到两个平面的像距:

$$\begin{cases} b_H = \frac{ar_1 + 1}{a - ar_1r_2 - r_2} \\ b_V = \frac{a\left(1 - \frac{\pi}{2}r_1\right) + \frac{\pi}{2}}{ar_1 - 1 + a\left(1 - \frac{\pi}{2}r_1\right)r_2 + \frac{\pi}{2}r_2} \end{cases}$$

进而可找到像散随物距 a 的变化率:

$$\frac{\partial(b_H - b_V)}{\partial a} = \frac{1}{\left[ar_1 - 1 + a\left(1 - \frac{\pi}{2}r_1\right)r_2 + \frac{\pi}{2}r_2\right]^2} - \frac{1}{(a - ar_1r_2 - r_2)^2} \quad (5)$$

由此可得到像散 $(b_H - b_V)$ 的极小条件:

$$a = \frac{\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)r_2 - 1}{1 - r_1 - r_2 - \left(1 - \frac{\pi}{2}\right)r_1r_2} \quad (6)$$

三、能量分辨率和接收度

大家知道, 能量分辨率总是和一定的束流强度联系在一起的。对于给定的分析磁铁, 在满足某一能量分辨要求时, 总是希望它有最大的接收度。假设分析磁铁 x 平面放大倍数为 M_H , 色散系数为 D , 物缝宽度为 S , 像缝宽度为 $M_H S$, 那么它的能量分辨率为^[1]:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2S}{\rho} \bigg/ \frac{D}{M_H} \quad (7)$$

式中, D/M_H 值可由矩阵 H 和成像条件得到:

$$D/M_H = -(a + ar_1 + 1)$$

代入(7)式得到能量分辨率与磁铁参数之间的关系式:

$$\Delta E/E = 2S/\rho(a + ar_1 + 1) \quad (8)$$

从式(8)可见, 能量分辨率随物距和入射角的增大而提高。

分析磁铁在物缝的接收相图, 可通过入口透镜和物方漂移矩阵将均匀区在入口处的接收相图转换到物缝而得到。图 2 画出了两个方向的接收相图。

如果像缝的宽度 $\geq M_H S$ 时, 那么凡是落在这个区域的束流都应该通过整个磁铁系统。图 2(a) 中 Q_H 的数值为^[2]:

$$Q_H = W/2\rho\sqrt{a^2 + (1 + ar_1)^2} \quad (9)$$

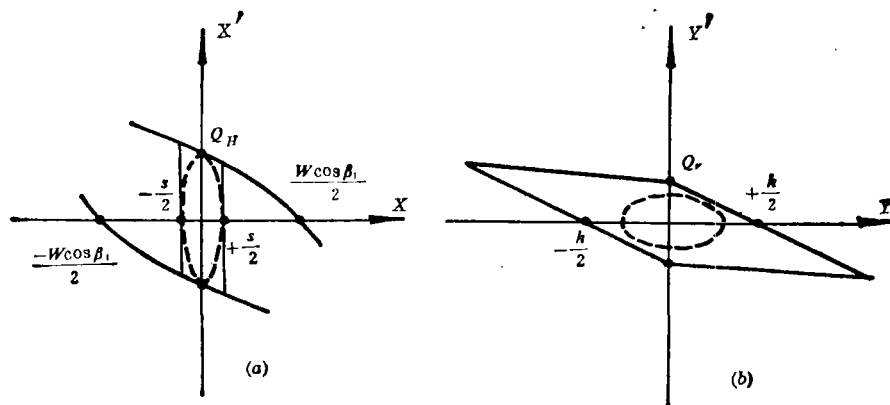


图2 物缝处接收相图

(a) 弯曲平面 (b) 非弯曲平面 w : 磁极有效宽度
 h : 磁极有效气隙 s : 物缝宽度 虚线表示束流发射相图

因此 x 平面的有效接收度(即接收相图的内切正椭圆相面积的 π 分之一)为:

$$\varepsilon_{AH} = \frac{S}{2} Q_H = SW/4\rho \sqrt{a^2 + (1 + ar_1)^2} \quad (10)$$

可见接收度是随物距和入射角的增大而减小。如果我们综合考虑能量分辨率和接收度,由(8)和(10)式得到:

$$\varepsilon_{AH} = KW \frac{\Delta E}{E} \quad (11)$$

其中 K 被定义为 x 平面的有效接收度系数,它为:

$$K = \frac{a + ar_1 + 1}{8\sqrt{a^2 + (1 + ar_1)^2}} \quad (12)$$

从式(11)可见,对于给定磁极有效宽度 W ,接收度和能量分辨率是相互制约的。但是,在设计和选择磁铁的工作状态时,我们可以使得有效接收度系数 K 的数值最大。由(12)式不难找到 K 取极值的条件:

$$a = 1/(1 - r_1) \quad (13)$$

在 y 平面接收相图(b)中 Q_v 值为^[2]:

$$Q_v = \begin{cases} h/2a\rho & \text{当 } ar_1 \geq 1 \\ h/2 \left[a + \frac{\pi}{2}(1 - ar_1) \right] \rho & \text{当 } ar_1 \leq 1 \end{cases} \quad (14)$$

为了充分利用 y 平面的接收相面积,要求 y 平面的束径大于 x 平面的束径,而斜率小于 x 平面的斜率(如果两平面的束流发散度相等)。

四、对称双聚焦的特性

由式(3)、(6)、(13)这四个联立方程我们可以得到一组解:

$$\begin{cases} a = b = 2 \\ r_1 = r_2 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (15)$$

这就是所谓“对称双聚焦”状态。应该指出,还可以得到另一组解,但是由于 $\alpha = -\frac{2\pi-4}{4-\pi}$,

$b = \infty$, 显然是没有意义的。因此对称双聚焦状态是同时满足上述三个条件的唯一解。将(15)

式代入(12)式便可得到 $K = \sqrt{2}/8$, 因此在对称双聚焦状态下 x 平面的有效接收度为:

$$\varepsilon_{AH} = \frac{\sqrt{2}}{8} w \frac{\Delta E}{E} \quad (16)$$

同时,由(1)、(2)和(15)式可以得出对称双聚焦时的两个平面的线性放大倍数 $M_H = M_r = 1$, 两个平面的焦距 $f_H = 4/3$, $f_V = 8/(8-\pi)$ 以及色散系数 $D = 4$ 。

五、束流光学的计算结果

上面都是以成像光学法进行分析的。如果用束流光学的理论就很难得到解析式的结果。因此,要利用电子计算机进行数值计算,我们用下降法,借助 TQ-16 电子计算机进行求解。对于束流光学可用 2×2 的 σ 矩阵 $\sigma(0)$ 和 $\sigma'(0)$ 来描写分析磁铁物缝处两个方向的束流:

$$\sigma(0) = \begin{bmatrix} \sigma_{11}(0) & 0 \\ 0 & \sigma_{22}(0) \end{bmatrix} \quad \sigma'(0) = \begin{bmatrix} \sigma'_{11}(0) & 0 \\ 0 & \sigma'_{22}(0) \end{bmatrix}$$

利用 σ 矩阵传输公式: $\sigma(1) = H\sigma(0)H^T$ (或 $\sigma'(1) = V\sigma'(0)V^T$) 可得到分析磁铁像缝处的 σ 矩

阵。令 $\sigma_{12}(1) = \sigma'_{12}(1) = 0$, 并引入束流的特征长度 $\lambda_H(0) = \sqrt{\frac{\sigma_{11}(0)}{\sigma_{22}(0)}}$, $\lambda_V(0) = \sqrt{\frac{\sigma'_{11}(0)}{\sigma'_{22}(0)}}$,

便得到“双成腰”条件:

$$\begin{cases} \frac{H_{12}H_{22}}{H_{11}H_{21}} + \lambda_H^2(0) = 0 \\ \frac{V_{12}V_{22}}{V_{11}V_{21}} + \lambda_V^2(0) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

大家知道,当焦距 $f \gg \sqrt{\eta} \lambda$ (η 为匹配比)时,“双成腰”条件将非常接近“双聚焦”条件。也就是束流光学的计算结果将非常接近上面的成像光学的分析。

上面已经谈到要作精确计算必须对边缘场进行修正。修正角为^[11]:

$$\psi = \frac{I_2 g}{\rho} \left(1 + \frac{\sin^2 \beta}{\cos \beta} \right)$$

式中, g 为磁极气隙, I_2 为 y 平面边缘场修正系数。对于文献[5]的圆弧磁极边界 $I_2 \approx 0.332$; 对于二次倒角的罗高斯磁极边界 $I_2 \approx 0.534$ ^[6]。下面的计算结果是取 $KB = \frac{I_2 g}{\rho} = 0.0083$, 物腰的

特征长度分别取 $\lambda_{OH} = 0.175\rho$, $\lambda_{OV} = 0.215\rho$ (它们是由物缝处的束流状态而定) 进行的。图 3(a) 画出了各种条件下的“双成腰”特征曲线(这里只画出了 $M_H \leq M_V$ 的一组解, $M_H \geq M_V$ 的另一组解未画出)。对于对称双成腰状态 $\alpha = b = 2.016$, $\beta_1 = \beta_2 = 26^\circ 52'$, 这和双聚焦结果很接近, 它们之间的差别主要来自于有限的特征长度和边缘场修正。顺便说明, 如果考虑到有限极宽对边缘场影响, 双成腰条件还会有不大的修正^[7]。图 3 还画出了各种情况下双成腰所对应的放大倍数 M_H 和 M_V (图 3(b)) 和有效接收度系数 K (图 3(c))。从图 3(c) 可以看出, 对称双成腰时它的 x 平面有效接收度系数 K 已达到了极大值。

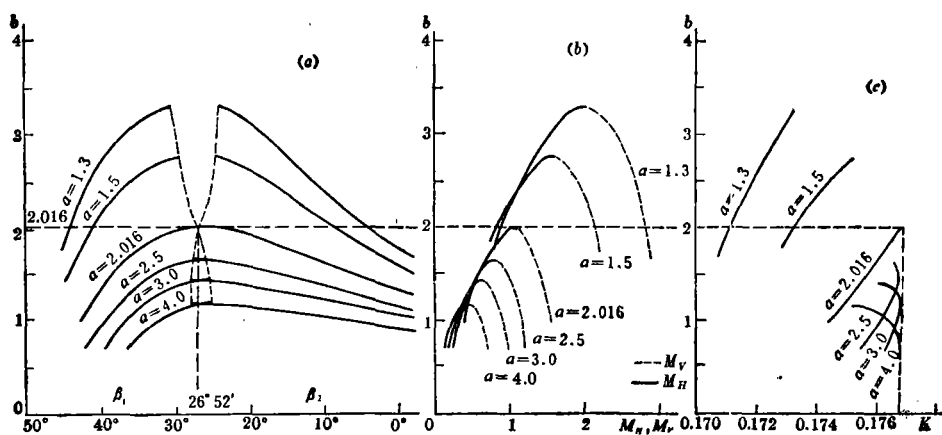


图3 90°分析磁铁双成腰特征曲线

(a) 双成腰条件($M_H \leq M_V$) (b) 水平和垂直放大倍数 (c) 水平有效接收度系数 K

图4画出了在对称双成腰状态下,像距和像缝处束径分别随分析磁铁某些参数和束流物腰参数变化的情况。(a)图说明当物距在很大范围变化时,所引起的像散是不大的。同时当物距变化4%时,像距变化~4%,像缝束径变化10%。(b)图说明像距和束径随特征长度的变化并不大,当物腰特征长度变化40%时,像距变化~1%,束径变化0.5%。(c)图说明它们随入(出)射角变化的情况,当入(出)射角变化7.5%时,像距变化10%,当入(出)射角变化3.5%

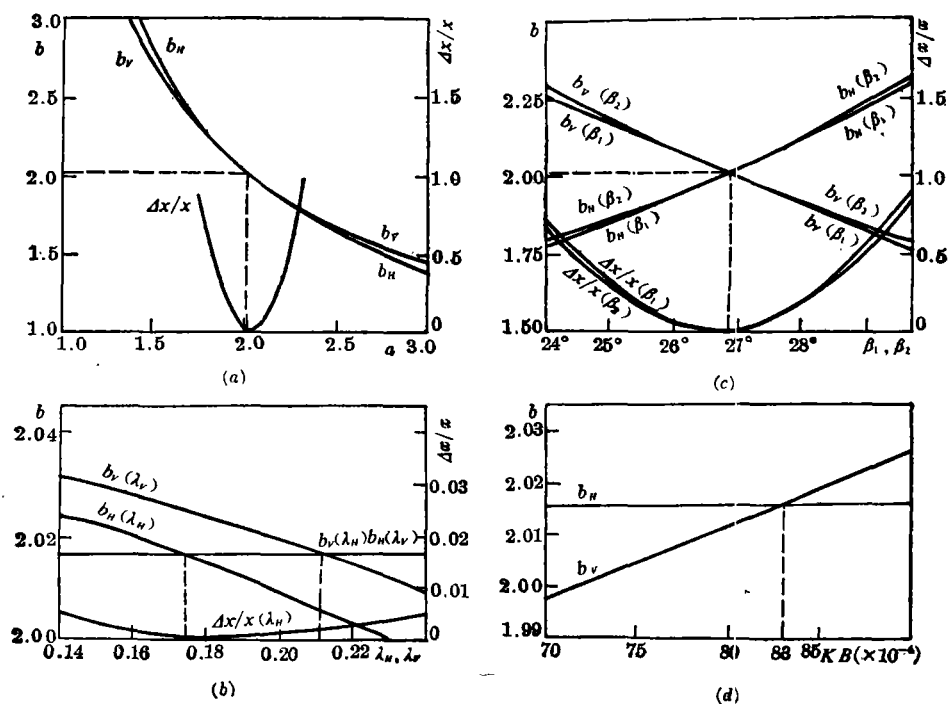


图4 对称双成腰磁铁像距和像缝束径随某些参数的变化

(a) 随物距 a 的变化 (b) 随特征长度 λ 的变化
(c) 随入射角 β_1 (或出射角 β_2)的变化 (d) 随边缘场修正系数 KB 的变化

时,束径变化10%。(d)图画出了像距随边缘场修正系数变化的情况,当 KB 变化16%时,像距变化 $\sim 1\%$,束径变化很小(这里并未考虑边缘场分布的变化引起束流偏转角变化,从而引起束流横向位置变化)。

六、结 论

对于分析磁铁光学特征某些问题的深入研究将有助于我们选用它的工作状态以及分析磁铁的设计。对称双聚焦(或双成腰)状态的特点:可同时使像散随物距的变化率最小和有效接收度系数 K 最大,入射角和出射角相同,物距和像距相等,两个方向的放大倍数一样,以及像腰和物腰参数对等。因此对称双聚焦(双成腰)磁铁被许多串列(静电)加速器所采用。然而对于单方面要求高分辨率的磁铁,可采用物矩长的设计。在我们的6MV串列加速器后传输中,选用了 90° 对称双成腰分析磁铁,偏转半径 $\rho=1200\text{mm}$,能量分辨率 $\frac{\Delta E}{E}\approx 5\times 10^{-4}$,磁极有效宽度为64mm,物缝处弯曲平面接收度 $\epsilon_{AH}\approx 5.7\text{mm}\cdot\text{mrad}$,为了充分利用非弯曲平面的接收度,选用不对称的束流物腰参数是合理的。 x 平面和 y 平面的物腰束径之比为1:1.5,磁极的有效宽高比约为2:1。

本工作曾得到张维忠等同志的多方帮助,特此感谢。

参 考 文 献

- [1] A. Septier, *Focusing of Charged Particles*, Academic Press, New York and London, 1967.
- [2] 西安交通大学离子束教研室,离子束注入机基础,1977年.
- [3] SLAC — Report, No.75, May, 1969.
- [4] SLAC — Report, No.91, July, 1970.
- [5] H. Hübner and H. Wollnik, *Nucl. Instr. Meth.*, 86, 141 (1970).
- [6] 赖伟全等,全国加速器技术交流会论文集,1979年, p. 392.
- [7] 朱希恺和赖伟全,分析磁铁边缘场和粒子轨迹计算,1980年(上海原子核所内部报告).

(1980年5月20日收到)

Some optical properties of analysing magnets

Lai Weiquan Xu Senlin

(Shanghai Institute of Nuclear Research, Academia Sinica)

Abstract

This paper describes the optical properties of 90° deflecting magnets, with emphasis on the advantages of the symmetric double-focusing magnets, such as higher energy resolution, greater beam acceptance and equal entrance and exit angles. In this paper these advantages are demonstrated by means of imaging optical method, and beam optical digital calculations of first order. Some of characteristic curves are given for reference.